



**Heinrich-Hertz-Institut  
für Nachrichtentechnik  
Berlin GmbH**

Technischer Bericht Nr. 209

Einige Verfahren zur Berechnung des  
Anschlußnetzes in Nachrichtensyste-  
men mit zentraler Vermittlung

von

Dipl.-Math. R. Kreuzer

Einige Verfahren zur Berechnung des Anschlußnetzes  
in Nachrichtensystemen mit zentraler Vermittlung

Zusammenfassung:

Zunächst wird die Aufgabenstellung erläutert, sodann werden zwei in der Literatur angegebene Algorithmen zur Bestimmung des Anschlußnetzes in Nachrichtensystemen mit zentraler Vermittlung beschrieben. Diese Algorithmen werden mit Hilfe der Cluster-Analyse detailliert untersucht. Dann wird ein neues Verfahren zur Lösung des Problems aufgezeigt. Abschließend wird kurz auf eine erweiterte Aufgabenstellung eingegangen.

Die Bearbeiterin

*R. Kreuzer*

(Dipl.-Math. R. Kreuzer)

Die Abteilungsleiter

Systemstrukturen    Allgem. Grundlagen

*R. Evers*

(Dr.-Ing.R.Evers)

*G. Boerger*

(Prof.Dr.-Ing.G.Boerger)

Wiss.techn.

Geschäftsführer

*H. Ohnsorge*

(Dr.-Ing.H.Ohnsorge)

Berlin-Charlottenburg, 21.3.1979

Inhalt:

	Seite
1. Einleitung	2
2. Aufgabenstellung	2
2.1 Definitionen	2
2.2 Die Aufgaben	3
3. Algorithmen	5
3.1 Das erste Verfahren	5
3.2 Das zweite Verfahren	5
4. Cluster-Analyse	7
4.1 Einleitung	7
4.2 Definitionen	7
4.3 Die divisive Methode	9
4.4 Die agglomerative Methode	10
4.5 Die alloкатive Methode	11
4.6 Beispiele	12
4.7 Analyse	19
4.8 Wahl der Anfangspartition	23
5. Analyse der Algorithmen A und C	29
6. Ein neues Verfahren	30
7. Die erweiterte Aufgabe	35
8. Verzeichnis der Bezeichnungen	35
9. Verzeichnis der Abkürzungen	36
10. Literaturverzeichnis	37

## 1. Einleitung

Nachrichtensysteme mit zentraler Vermittlung bestehen aus zwei Teilnetzen, dem Anschlußnetz, das die Teilnehmer ( $T_n$ ) mit den Vermittlungsstellen ( $VSt_n$ ) verbindet, und dem Verbindungsnetz, das die  $VSt_n$  und das Netz zwischen den  $VSt_n$  umfaßt.

Dieser Bericht beschreibt und analysiert Verfahren zur Bestimmung des Anschlußnetzes.

Die zu lösende Aufgabe besteht darin, eine gegebene Menge von  $T_n$ , die durch ihre Lage beschrieben werden, zu beliebig vielen Gruppen zusammenzufassen und in jeder Gruppe die Lage einer  $VSt$  zu bestimmen, so daß sich insgesamt minimale Kosten für das Anschlußnetz ergeben.

Innerhalb dieser Optimierungsaufgabe werden die Kosten für die  $VSt_n$  berücksichtigt, obwohl diese formal zum Verbindungsnetz gehören.

## 2. Aufgabenstellung

### 2.1 Definitionen

Das mathematische Modell für ein Anschlußnetz sowie Definitionen und Bezeichnungen folgen dem Zwischenbericht [4]:

Über die Grundfläche  $\subset \mathbb{R}^2$  wird ein NetZRaster  $\mathbb{N}_{M \times N}^2 = \{1, \dots, M\} \times \{1, \dots, N\}$  gelegt.

Alle  $T_n$  im Rasterfeld  $x = (i, j)$  werden dem Rasterfeldmittelpunkt zugeordnet.  $t_x = t_{ij}$  bezeichnet die Anzahl der  $T_n$  im Rasterfeld  $(i, j)$ . Die  $M \times N$ -Matrix  $T = (t_{ij})$  wird als Teilnehmerprofil ( $T_n$ -Profil) bezeichnet.

Die Entfernung  $d$  zwischen zwei Punkten  $x_1 = (i_1, j_1)$  und  $x_2 = (i_2, j_2)$   $i_1, i_2 \in \{1, \dots, M\}, j_1, j_2 \in \{1, \dots, N\}$  wird rechtwinklig gemessen:

$$d(x_1, x_2) = |i_1 - i_2| + |j_1 - j_2|$$

Entsprechend den  $T_n$  liegen auch die  $VSt_n$  nur auf Rasterfeldmittelpunkten.

$v = (v_K)_{K=1}^n$   $v_K = (\bar{i}_K, \bar{j}_K)$  bezeichnet den Lagevektor der  $n$   $VSt_n$ .

Die Anschlußbereiche (AsBe) bilden eine Zerlegung B des Netzrasters:

$$B = (B_1, \dots, B_n) \text{ mit } B_i \subset \mathbb{N}_{M \times N}^2 \text{ und}$$

$$B_i \neq \emptyset \text{ für alle } i = 1, \dots, n \text{ und}$$

$$B_i \cap B_j = \emptyset \text{ für } i \neq j \text{ sowie}$$

$$\bigcup_{i=1}^n B_i = \mathbb{N}_{M \times N}^2.$$

Die Kosten für die VStn werden gemäß [3] mit folgender Funktion berechnet:

$$K(n) = \min_{\substack{2 \leq l \leq 8 \\ l+1 \leq m \leq 10 \cdot l}} K(n, m, l)$$

n = Anzahl der VStn

m = Anzahl der Gruppen-VStn

l = Anzahl der Hauptgruppen-VStn

K(n, m, l) ergibt sich aus der Formel

$$\begin{aligned} K(n, m, l) = & n \cdot (K_b + K_m) + (\alpha_b + \alpha_m) \cdot a \cdot \bar{T} \cdot \\ & \cdot (5,6 \sqrt{n} + 1,4 \cdot \sqrt{n \cdot m} + 1,4 \cdot \sqrt{l-1} + \frac{3,8 + 0,96 (\sqrt{m} + \sqrt{l})}{\sqrt{n}} + \\ & + \frac{7,4 \sqrt{n} + 4,69 \sqrt{n \cdot m} + 1,86 \sqrt{n \cdot l} - 2,8 \sqrt{m}}{m} + \\ & + \frac{5,6 \sqrt{n} + 1,4 \sqrt{m} + 2,8 \sqrt{n \cdot l}}{l} ) \end{aligned}$$

$K_b$  = Baugrundkosten

$K_m$  = Materialgrundkosten

$\alpha_b$  = Baueinheitenkosten

$\alpha_m$  = Materialeinheitenkosten

$\bar{T}$  = Summe aller  $T_n$  des Anschlußnetzes

a ist eine noch zu bestimmende Konstante

## 2.2 Die Aufgaben

### Aufgabe 1

Gegeben ist ein  $T_n$ -Profil

Gesucht werden Anzahl und Lage der VStn und deren AsBe, so daß die Kosten für das Anschlußnetz (einschließlich VStn) minimal werden.

Liegt die Anzahl  $n$  der VStn fest, so bleibt die Aufgabe 2 zu lösen.

### Aufgabe 2

Gegeben sind ein Tn-Profil und die Anzahl  $n$  der VStn

Gesucht werden die Lage der VStn und deren AsBe, so daß die Kosten für das Anschlußnetz minimal werden.

Bezeichnet Min die minimale Anzahl von VStn und Max die maximale Anzahl, so läßt sich Aufgabe 1 - unter der Voraussetzung, es existiert eine Lösung der Aufgabe 2 - folgendermaßen lösen:

### Lösung der Aufgabe 1

Für alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $\text{Min} \leq n \leq \text{Max}$  wird die Aufgabe 2 gelöst. Die Gesamtkosten werden berechnet und verglichen. Die Anzahl der VStn, die die geringsten Kosten verursacht, liefert zusammen mit dem in Aufgabe 2 bestimmten Anschlußnetz die Lösung der Aufgabe 1.

Um die Lösung der Aufgabe 2 zu finden, müssen die Kosten für das Anschlußnetz analysiert werden. Unter der Annahme, daß die Leitungskosten in erster Näherung durch die Leitungslänge bestimmt werden, ergibt sich die folgende Aufgabe:

### Aufgabe 3

Gegeben sind ein Tn-Profil und die Anzahl  $n$  der VStn

Gesucht werden die Lage und die AsBe der  $n$  VStn, so daß die Kabellänge minimal wird.

Es gibt nur endlich viele Möglichkeiten,  $n$  VStn im NetZRaster festzulegen. Damit ist die Lösung der Aufgabe 3 prinzipiell durch Totalenumeration zu finden. Das ist jedoch - selbst bei einer kleinen Anzahl von Rasterfeldern - nicht mehr durchführbar. Die Lösung muß approximativ gefunden werden.

Verfahren dazu stellt die Cluster-Analyse zur Verfügung, auf die im Abschn. 4 näher eingegangen wird. Zuvor werden zwei Verfahren, die in der Literatur zur Lösung der Aufgabe 3 bzw. der Aufgabe 2 angegeben werden, beschrieben.

### 3. Algorithmen

#### 3.1 Das erste Verfahren

Zur approximativen Lösung der Aufgabe 3 wird in [2] folgender Algorithmus angegeben:

##### Algorithmus A

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe des Tn-Profiles,  
die Anzahl n und die Anfangslage v der VStn wählen.

Schritt 2: Einteilung der AsBe:  
Jeder Tn wird der ihm am nächsten liegenden VSt zugeordnet.

Schritt 3: Bestimmung der Lage der VStn.:  
Die VStn werden so verschoben, daß die Gesamtlänge der Anschlußleitungen möglichst klein wird.

Schritt 4: Schritt 2 und Schritt 3 werden solange wiederholt, bis sich keine Änderungen mehr ergeben.

Schritt 5: Stop

#### 3.2 Das zweite Verfahren

Ausgehend von vorläufig angenommenen Standorten für die VStn wird gemäß [5] folgender Algorithmus zur Planung von Fernsprechnetzen mit einer festgelegten Anzahl n von VStn angegeben:

##### Algorithmus B

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe des Tn-Profiles, einer Anfangslage der n VStn, der Funktionen für die Kosten der AsBe und der Anschlußleitungen sowie zur Dimensionierung von Verbindungsleitungen

Schritt 2: Bestimmung der AsBe entsprechend der eingegebenen Kostenfunktion

Schritt 3: Für jeden AsB werden die Anzahl aller Tn und das Tn-Profil berechnet.

Schritt 4: Die Anzahl der Verbindungsleitungen zwischen den VStn - in Abhängigkeit vom Tn-Profil - wird nach der vorgegebenen Funktion bestimmt.

Schritt 5: Die Standorte der VSTn werden entsprechend der Kostenfunktion - in Abhängigkeit vom Tn-Profil und von den Verbindungsleitungen - neu festgelegt.

Schritt 6: Die AsBe werden in Abhängigkeit vom Tn-Profil, von den Verbindungsleitungen und den entsprechenden Kosten neu eingegeben.

Schritt 7: Schritt 3 bis 6 werden wiederholt, bis eine anfänglich festgelegte Grenze für die Lageverschiebung der VStn nicht überschritten wird.

Schritt 8: Stop

Dem hier behandelten Teil der Aufgabenstellung entspricht die Annahme, daß die Einteilung der Tn in AsBe unabhängig von den Verbindungsleitungen ist. Dieser Algorithmus reduziert sich somit folgendermaßen:

### Algorithmus C

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe des Tn-Profiles, einer Anfangslage der n VStn und der Kostenfunktionen für die AsBe und die Anschlußleitungen.

Schritt 2: Bestimmung der AsBe entsprechend der eingegebenen Kostenfunktion.

Schritt 3: Für jeden AsB werden die Anzahl aller Tn und das Tn-Profil berechnet.

Schritt 4: Die Standorte der VStn werden in Abhängigkeit vom Tn-Profil neu festgelegt.

Schritt 5: Die AsBe werden in Abhängigkeit vom Tn-Profil neu eingeteilt.

Schritt 6: Schritt 3 bis 5 werden wiederholt, bis eine anfänglich festgelegte Grenze für die Lageverschiebung der VStn nicht überschritten wird.

Schritt 7: Stop.

#### 4. Cluster-Analyse

##### 4.1 Einleitung

Cluster-Analyse (CA) werden alle Verfahren genannt, die auf irgendeine Weise gegebene Daten sortieren, völlig unabhängig davon, nach welchen Gesichtspunkten oder auf welche Art dies geschieht. Daraus ist bereits ersichtlich, daß es "die Methode der Cluster-Analyse" nicht gibt. Es gibt nur verschiedene Vorgehensweisen, die geeignet erscheinen, jedoch keine Methode, die ein optimales Ergebnis garantiert.

Im folgenden werden drei Ansätze, die in der Literatur (/1/, /6/, /7/, /8/) für ähnliche Aufgabenstellungen favorisiert werden, beschrieben und kurz analysiert.

##### 4.2 Definitionen

Ausgangspunkt einer Cluster-Analyse sind eine Grundmenge G von Individuen, die sortiert werden sollen, sowie Kriterien zur Kategorisierung, die Merkmale.

Beispiel: Die Tn des Anschlußnetzes bilden eine Grundmenge  $G \subset \mathbb{R}^2$ , die Lage der Tn ihre Merkmale.

Für jedes Element der Grundmenge werden die Merkmalsausprägungen gemessen.

Beispiel: Die i- und j-Koordinaten der Tn

Die Ähnlichkeit ist eine Funktion  $\tilde{a}: G \times G \rightarrow \mathbb{R}$ , die je zwei Elementen der Grundmenge eine reelle Zahl zuordnet.

Beispiel: Für  $G \subset \mathbb{R}^2$  kann die Ähnlichkeit zweier Tn mit dem Abstand d gemessen werden. Gemäß der Definition in Abschn. 2.1 gilt für

$$x_1 = (i_1, j_1) \text{ und } x_2 = (i_2, j_2)$$

$$d(x_1, x_2) = |i_1 - i_2| + |j_1 - j_2|$$

Für  $\ddot{a}_1(x_1, x_2) = d(x_1, x_2)$  gilt die Beziehung: Je kleiner der Wert  $\ddot{a}_1(x_1, x_2)$  wird, desto ähnlicher sind die Elemente  $x_1$  und  $x_2$ .

Für

$$\ddot{a}_2(x_1, x_2) = \begin{cases} (d(x_1, x_2))^{-1} & \text{für } d(x_1, x_2) \geq 1 \\ 2 & \text{für } d(x_1, x_2) < 1 \end{cases}$$

gilt die Beziehung:

Je größer der Wert  $\ddot{a}_2(x_1, x_2)$  wird, desto ähnlicher sind die Elemente  $x_1$  und  $x_2$ .

Der Ähnlichkeitswert (Ä-Wert)

$\ddot{A}: G \times G \rightarrow [-1, 1] \subset \mathbb{R}$  beschreibt den Grad der Ähnlichkeit.

$\ddot{A}(x_1, x_2) = 1$  bedeutet totale Übereinstimmung

$\ddot{A}(x_1, x_2) = 0$  bedeutet Unähnlichkeit

$\ddot{A}(x_1, x_2) = -1$  bedeutet total entgegengesetzte Elemente

Beispiel: Für  $x_1 = (i_1, j_1)$  und  $x_2 = (i_2, j_2)$  mit  $d(x_1, x_2) = |i_1 - i_2| + |j_1 - j_2|$  berechnet sich der Ä-Wert.

$$\ddot{A}(x_1, x_2) = \frac{E - d(x_1, x_2)}{E},$$

wobei  $E$  die Hälfte des maximalen Abstandes zwischen zwei  $T_n$  der Grundmenge bezeichnet.

$$\ddot{A}(x_1, x_2) = 1 \iff d(x_1, x_2) = 0$$

$$\ddot{A}(x_1, x_2) = 0 \iff d(x_1, x_2) = E$$

$$\ddot{A}(x_1, x_2) = -1 \iff d(x_1, x_2) = 2E$$

Die Abbildung  $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, +1]$

mit  $f(d) = \ddot{A} = \frac{E-d}{E}$  ist bijektiv:

$$1. \quad \ddot{A}_1 = \ddot{A}_2 \implies d_1 = d_2 :$$

$$\ddot{A}_1 = \ddot{A}_2 \implies \frac{E-d_1}{E} = \frac{E-d_2}{E} \implies d_1 = d_2$$

2. Für alle  $\bar{A} \in [-1, 1]$  existiert ein  $d \in \mathbb{R}_+$  mit  $f(d) = \bar{A}$ :

Für  $d = E - E \cdot \bar{A}$  gilt

$$\frac{E-d}{E} = \frac{E - (E - E \bar{A})}{E} = \frac{E \bar{A}}{E} = \bar{A}$$

und für  $\bar{A} \in [-1, +1]$  folgt  $d = E - E \bar{A} \in [0, 2 E] \subset \mathbb{R}_+$

Damit ist die Abbildung  $f$  bijektiv, und es ist im folgenden gleichwertig, ob mit dem  $\bar{A}$ -Wert oder der Differenz gerechnet wird, sofern folgende Beziehung beachtet wird:

Je kleiner  $d$  wird, desto größer wird  $\bar{A}$ .

Die Matrix der paarweisen Ähnlichkeiten oder der paarweisen Ähnlichkeitswerte wird Ähnlichkeitsmatrix genannt. (Welche der beiden Matrizen gemeint ist, ist stets leicht dem Text zu entnehmen.)

Das Ähnlichkeitsniveau ( $\bar{A}$ -Niveau)  $\alpha \in [-1, 1]$  ist eine Konstante, die vor der Bildung von Gruppen gegeben ist. Sie besagt, daß nur solche Elemente zu einer Gruppe zusammengefaßt werden dürfen, deren Ähnlichkeitswert  $\geq \alpha$  ist (bzw. Differenz  $\leq \bar{\alpha}$  mit  $\bar{\alpha} = E - E \cdot \alpha$ )

Der Homogenitätsgrad (Homgrad)  $H \in [-1, 1]$  ist ein Wert, der bei einer bereits gebildeten Gruppe gemessen wird. Er ist das Minimum aller paarweisen  $\bar{A}$ -Werte der Gruppe.

Somit ergibt sich stets  $\alpha \geq H$

#### 4.3 Die divisive Methode

Die Grundmenge habe  $N$  Elemente. Diese werden auf jede mögliche Weise in zwei Gruppen unterteilt. Für alle diese Gruppen wird der Homgrad gemessen (maximale Differenz). Die Einteilung, die insgesamt den höchsten Homgrad ergibt (minimale Differenz), wird als erste Unterteilung gewählt. Die Gruppe mit dem geringsten Homgrad wird ebenso wieder unterteilt.

Dieses Verfahren wird solange fortgesetzt, bis entweder ein angemessener Homgrad oder eine vorgegebene Anzahl von Gruppen erreicht ist.

Da in jedem Schritt alle möglichen Gruppierungen zu bilden sind, aus denen dann diejenige gewählt wird, die den höchsten Homgrad hat, ist diese Methode nur für sehr kleine Datenmengen zu verwenden.

(Für  $N = 15$  ergeben sich  $q = 2^{N-1} - 1 = 2^{14} - 1 = 16\,383$  Möglichkeiten der ersten Einteilung).

#### 4.4 Die agglomerative Methode

Berechnung des  $\bar{A}$ -Wertes zwischen einem Element und einer Gruppe

$C$  sei eine bereits gebildete Gruppe  $C = \{y_1, \dots, y_m\}$ . Zur Berechnung des  $\bar{A}$ -Wertes von  $C$  und einem Element  $x \in C$  werden üblicherweise drei Strategien angegeben:

a) Maximale Verbundenheit (Single-Linkage)

$$\bar{A}(x, C) = \max_{y \in C} A(x, y)$$

= höchster  $\bar{A}$ -Wert zwischen einem Element aus  $C$  und dem Element  $x$

b) Maximale Kompaktheit (Complete-Linkage)

$$\bar{A}(x, C) = \min_{y \in C} A(x, y)$$

= geringster  $\bar{A}$ -Wert zwischen einem Element aus  $C$  und dem Element  $x$

c) Maximale Zentralität (Average-Linkage)

$$\bar{A}(x, C) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m A(x, y_i)$$

= durchschnittlicher  $\bar{A}$ -Wert aller Elemente aus  $C$  zu dem Element  $x$

Die agglomerative Methode arbeitet die Elemente nacheinander ab. Die Reihenfolge wird durch die Ähnlichkeitsmatrix bestimmt. Die beiden Elemente, die den höchsten  $\bar{A}$ -Wert haben, bilden das erste Cluster. Dieses wird als ein Element aufgefaßt. Von ihm wird zu allen anderen Elementen der  $\bar{A}$ -Wert nach einer der

obengenannten Strategien berechnet. Diese Werte ersetzen die beiden Zeilen (Spalten) der Einzelelemente. Dadurch reduziert sich die  $N \times N$ -Matrix zu einer  $(N-1) \times (N-1)$ -Matrix.

Dieser Vorgang wiederholt sich so oft, bis keine weitere Zusammenfassung mehr möglich ist (z.B. weil sonst ein gegebenes  $\bar{A}$ -Niveau  $\alpha$  unterschritten wird) oder bis eine vorgegebene Anzahl von Gruppen erreicht ist.

#### 4.5 Die alloкатive Methode

Nach Kriterien, die später beschrieben werden, werden  $k < N$  Elemente der Grundmenge als Mittelpunkte der  $k$  Gruppen bestimmt.

Jedes der  $N-k$  Elemente wird dem Gruppenzentrum zugeordnet (alloziert), zu dem es den höchsten  $\bar{A}$ -Wert hat.

Ist das Endziel ein  $\bar{A}$ -Niveau  $\alpha$ , so werden Elemente, deren  $\bar{A}$ -Werte unter  $\alpha$  liegen, nicht zugeordnet.

Innerhalb jeder Gruppe wird das Zentrum neu bestimmt, so daß die Summe aller  $\bar{A}$ -Werte innerhalb der Gruppe möglichst groß wird.

Alle Elemente werden nun den neu bestimmten Mittelpunkten zugeordnet.

Dieses Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis sich keine wesentliche Veränderung mehr ergibt.

Das Hauptproblem dieser Methode besteht darin, die Gruppenmittelpunkte zu bestimmen.

Es werden hierfür üblicherweise zwei Strategien angegeben:

##### a) Die Schwerpunkt-Strategie

Es wird ein relativ hohes  $\bar{A}$ -Niveau  $\alpha$  vorgegeben. Für alle Elemente  $x$  der Grundmenge wird die Anzahl  $Z(x)$  der Elemente  $y$  bestimmt, für die  $\bar{A}(x, y) \geq \alpha$  gilt. Das Element mit dem größten  $Z$ -Wert wird der erste Mittelpunkt.

Das Element mit dem nächstgrößten  $Z$ -Wert wird nur dann ein weiteres Gruppenzentrum, wenn es zu allen vorher bestimmten Mittelpunkten einen  $\bar{A}$ -Wert  $\leq \bar{\alpha}$  (mit  $\bar{\alpha} < \alpha$  vorgegeben) hat.

Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis eine gewünschte Anzahl von Mittel-  
punkten bestimmt ist.

b) Die Optimierungsstrategie

Es wird die gewünschte Anzahl von Gruppenmittelpunkten durch Zufall  
bestimmt.

4.6 Beispiel

Fünf Punkte sollen in drei Gruppen sortiert werden:

- |    |       |           |
|----|-------|-----------|
| 1: | (3,1) | $t_1 = 1$ |
| 2: | (9,1) | $t_2 = 1$ |
| 3: | (6,2) | $t_3 = 1$ |
| 4: | (1,4) | $t_4 = 1$ |
| 5: | (3,4) | $t_5 = 1$ |

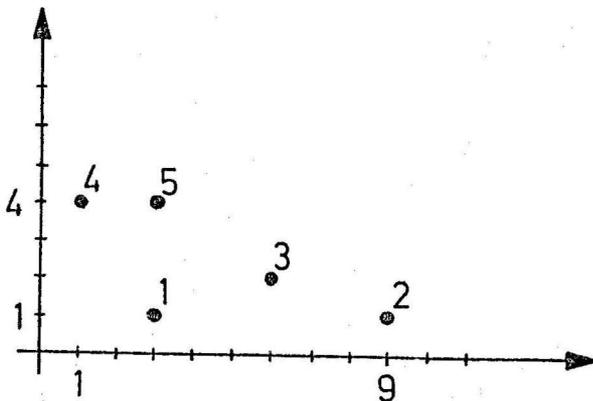


Abb. 1 Die Grundmenge

1. Die divisive Methode

Alle möglichen Aufteilungen der Grundmenge in zwei Gruppen und deren maximale  
Differenz

Gruppe 1	maximale Differenz	Gruppe 2	maximale Differenz
1	0	2, 3, 4, 5	11
2	0	1, 3, 4, 5	7
3	0	1, 2, 4, 5	11
4	0	1, 2, 3, 5	9
5	0	1, 2, 3, 4	11
1, 2	6	3, 4, 5	7
1, 3	4	2, 4, 5	11
1, 4	5	2, 3, 5	9
1, 5	3	2, 3, 4	11
2, 3	4	1, 4, 5	5
2, 4	11	1, 3, 5	5
2, 5	9	1, 3, 4	7
3, 4	7	1, 2, 5	9
3, 5	5	1, 2, 4	11
4, 5	2	1, 2, 3	6

Die beste Einteilung ergeben die beiden Gruppen (2, 3) und (1, 4, 5). Die Gruppe mit dem geringeren Homgrad (= größere Differenz) wird weiter unterteilt. Es ist die Gruppe 2 (1, 4, 5).

Gruppe 2	maximale Differenz	Gruppe 3	maximale Differenz
1	0	4, 5	2
4	0	1, 5	3
5	0	1, 4	5

Damit ergibt sich die Einteilung

(1), (2, 3) und (4, 5)

mit den maximalen Differenzen

0, 4 und 2

und den Homgraden

1, 0,27 und 0,64 .

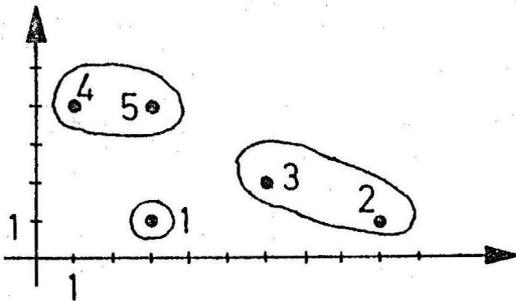


Abb. 2 Die Einteilung in 3 Gruppen

## 2. Die agglomerative Methode

### a) Strategie der maximalen Verbundenheit

Die Entfernungsmatrix der Grundmenge (Abb.1) lautet:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \begin{array}{c} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} & \left( \begin{array}{cccc} 6 & & & \\ 4 & & & \\ 3 & 11 & 7 & \\ 5 & 9 & 5 & \boxed{2} \end{array} \right) \end{array}\end{array}$$

Der kleinste Wert wird von den Punkten 4 und 5 angenommen. Sie bilden die 1. Gruppe. Die neue Entfernungsmatrix lautet:

$$\begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \\ 2 \quad \left( \begin{array}{ccc} 6 & & \\ 4 & 4 & \\ 3 & 9 & 5 \end{array} \right) \\ 4/5 \quad \boxed{3} \end{array}$$

Der kleinste Wert wird von dem Punkt 1 zur Gruppe (4, 5) angenommen. Die drei Gruppen sind somit gebildet:

(1, 4, 5), (2) und (3)

mit den maximalen Differenzen 5,0 und 0 und den Homgraden 0.09, 1 und 1.

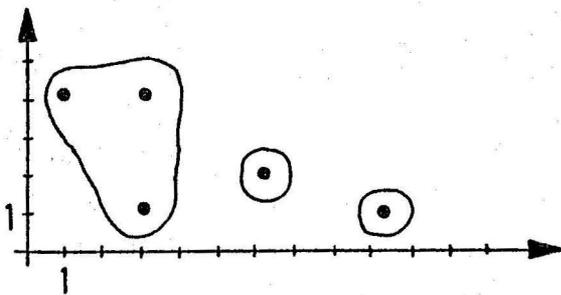


Abb. 3 Die drei Gruppen

b) Strategie der maximalen Kompaktheit

Entsprechend dem Vorgehen unter a) werden die Punkte 4 und 5 zur 1. Gruppe zusammengefaßt. Die zweite Entfernungsmatrix lautet nun:

$$\begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \\ 2 \quad \left( \begin{array}{ccc} 6 & & \\ 4 & 4 & \\ 4/5 \quad \boxed{4} & 5 & 11 & 7 \end{array} \right) \end{array}$$

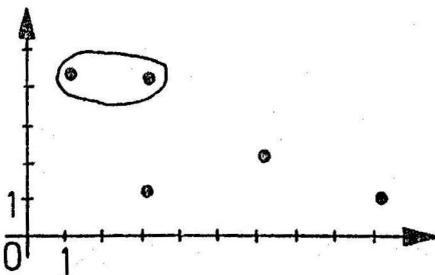


Abb. 4 Die erste Gruppenbildung

Der kleinste Wert wird zuerst von den Punkten 1 und 3 angenommen. Sie bilden die 2. Gruppe

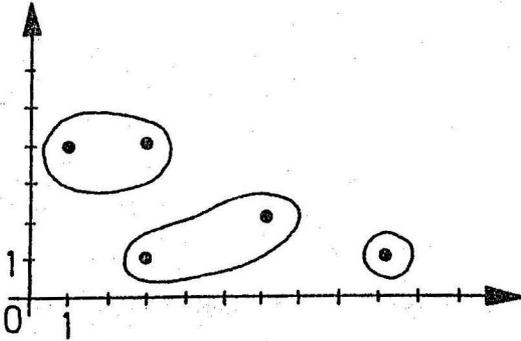


Abb. 5 Die endgültige Gruppeneinteilung

Das Endergebnis bilden die drei Gruppen (1, 3), (2) und (4, 5) mit den maximalen Differenzen 4, 0 und 2 und den Homgraden 0.27, 1 und 0.63.

### c) Strategie der maximalen Zentralität

Nach der ersten Gruppenbildung der Punkte 4 und 5 berechnet sich die Entfernungsmatrix zu:

$$\begin{matrix} & 1 & 2 & 3 \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 6 & & \\ \boxed{4} & 4 & \\ 4 & 10 & 6 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Auch in diesem Fall werden die Punkte 1 und 3 zur 2. Gruppe zusammengefaßt, und es ergibt sich die gleiche Lösung wie im Fall b).

## 3. Die alloкатive Methode

### a) Schwerpunkt-Strategie

Elemente innerhalb einer Gruppe sollen einen Abstand  $d \leq 4$  haben. Zentren von verschiedenen Gruppen sollen im ersten Schritt mindestens eine Entfernung  $d = 5$  haben.

Jeder Punkt wird als Zentrum betrachtet

Zentrum	zum Zentrum zugeordn. Punkte mit $d \leq 4$
1	3, 5
2	3
3	1, 2
4	5
5	1, 4

1, 3 und 5 haben je 2 Elemente im Abstand  $d \leq 4$ . Es entscheidet der Homgrad

(1, 3, 5)	hat maximale Differenz	5
	und den Homgrad	0.09
(1, 2, 3)	hat maximale Differenz	6
	und den Homgrad	-0.09
(1, 4, 5)	hat maximale Differenz	5
	und den Homgrad	0.09

1 wird somit 1. Zentrum.

5 wird nicht das nächste Zentrum, weil  $d(1, 5) = 3 < 5$  ist. Ebenso wird 3 nicht das nächste Zentrum.

Damit sind alle Elemente, deren Gruppen bei  $d \leq 4$  aus drei Elementen bestehen könnten, abgearbeitet. 2 und 4 haben je ein Element im Abstand  $d \leq 4$ .

(2, 3)	hat die maximale Differenz	4
	und den Homgrad	0.27
(4, 5)	hat die maximale Differenz	2
	und den Homgrad	0.63

Da  $d(1, 4) = 5$  gilt, wird 4 das 2. Zentrum.  $d(1, 2) = 6 > 5$  und  $d(4, 2) = 11 > 5$  führt zu dem 3. Zentrum 2.

Diesen drei Zentren werden die übrigen  $T_n$  der Entfernung nach zugeordnet:

- 1 : 3
- 4 : 5
- 2 : ./.

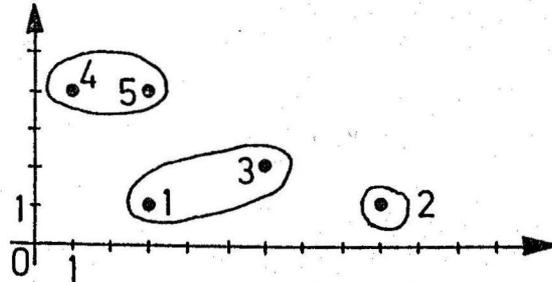


Abb.6 Die Gruppeneinteilung

Die Zentren ändern sich nicht mehr und damit auch nicht die Gruppen (1, 3), (2) und (4, 5).

### b) Optimierungs-Strategie

Es werden die Punkte 1, 2 und 3 zu Zentren erklärt.

Damit ergeben sich die Gruppen

- 1 : 4, 5
- 2 : ./.
- 3 : ./.

Innerhalb dieser Gruppen werden die Zentren neu bestimmt.

5, 2 und 3.

Eine neue Zuordnung ändert die Gruppen nicht mehr:

- 5 : 1, 4
- 2 : ./.
- 3 : ./.

Es ergibt sich die Lösung (1, 4, 5), (2) und (3).

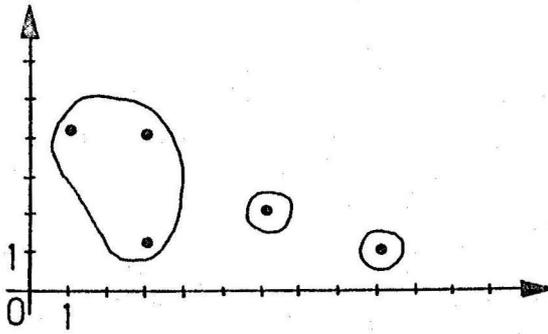


Abb. 7 Die Gruppen

#### 4.7 Analyse

In den Abschnitten 4.3, 4.4 und 4.5 wurden die drei Methoden, die in der Literatur im wesentlichen zitiert werden, beschrieben.

Unternimmt man den Versuch einer abschließenden Beurteilung, so ergibt sich, daß keine der Methoden als die objektiv beste angesehen werden kann.

Die divisive und agglomerative Methode erzeugen hierarchische Clusterstrukturen, d.h. einmal erzeugte Cluster werden nicht mehr zerstört oder aufgeteilt.

Hierarchische Methoden werden aus den folgenden Gründen oft als schlecht betrachtet:

- a) Mißklassifikationen werden nicht korrigiert.
- b) Es ist möglich, daß einmal sinnvoll zusammengefaßte oder getrennte Elemente auf einem geringeren Homgrad sich als ungünstig "geclustert" erweisen.

Ein Beispiel zu b)

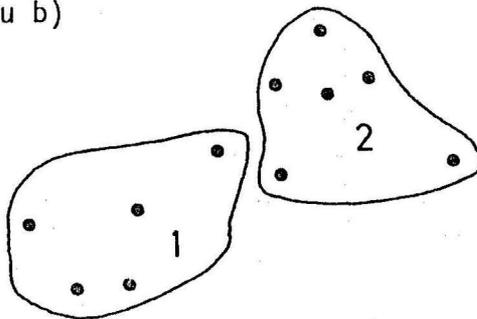


Abb. 8 Die Grundmenge und die erste Einteilung

Die Gruppe 1 hat eine maximale Entfernung  $D_1 = 10$ , die Gruppe 2 hat die maximale Entfernung  $D_2 = 8$

Die Gruppe 1 wird geteilt in die Gruppen 1 und 3 mit den maximalen Differenzen 5 und 0. Die Gruppe 2 hat dann die größte Entfernung und wird in die Gruppen 2 und 4 mit den maximalen Differenzen 8 und 0 geteilt.

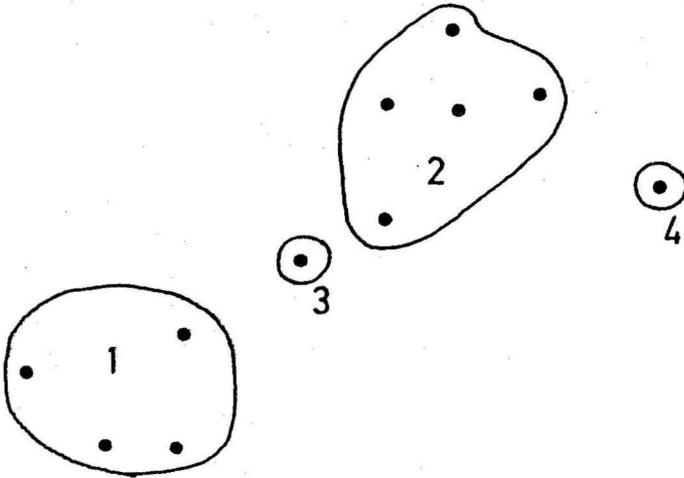


Abb. 9 Die 2. und 3. Teilung

- 1. Gruppe hat Homgrad  $H_1 = 0.52$
- 2. Gruppe hat Homgrad  $H_2 = 0.24$
- 3. Gruppe hat Homgrad  $H_3 = 1$
- 4. Gruppe hat Homgrad  $H_4 = 1$

Eine bessere Einteilung in 4 Gruppen ergäbe die Homgrade:

- 1. Gruppe  $H_1 = 0.52$
- 2. Gruppe  $H_2 = 0.52$
- 3. Gruppe  $H_3 = 0.71$
- 4. Gruppe  $H_4 = 1$

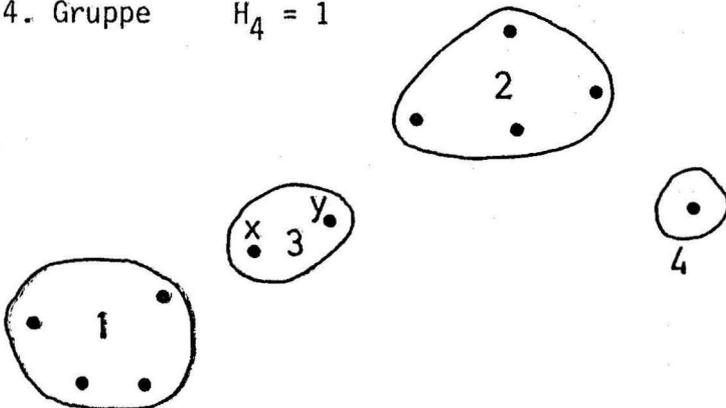


Abb. 10 Die günstigste Einteilung in 4 Gruppen

Diese Einteilung läßt sich durch die divisive Methode nie erreichen, da die Punkte  $x$  und  $y$ , die einmal - sinnvoll - getrennt wurden, durch die hierarchische Methode nie wieder zu einer Gruppe zusammengefaßt werden können.

Die alloкатive Methode führt zu einer nichthierarchischen Struktur. Wegen der großen Unsicherheit bei der Wahl der Anfangszentren wird sie jedoch oft als unbefriedigend erachtet.

Um die mögliche Reichweite dieser Unsicherheit aufzuzeigen, wird hier ein Beispiel aus /2/ zitiert.

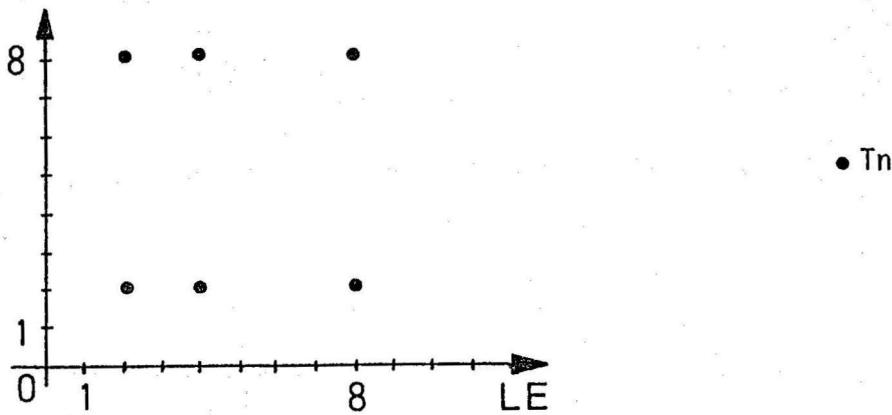


Abb. 11 Die Grundmenge

Diese 6 Punkte sollen zu 2 Gruppen zusammengefaßt werden, und es soll die Lage der 2 VStn bestimmt werden.

1. Lösung

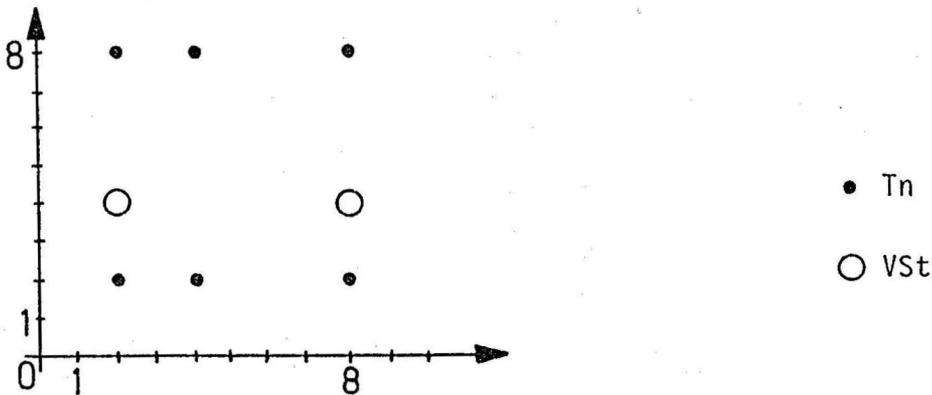


Abb. 12 Die Anfangslage der 2. VStn

Die Anfangslage (2, 4) und (8, 4) für die VStn führt zu folgender Gruppeneinteilung:

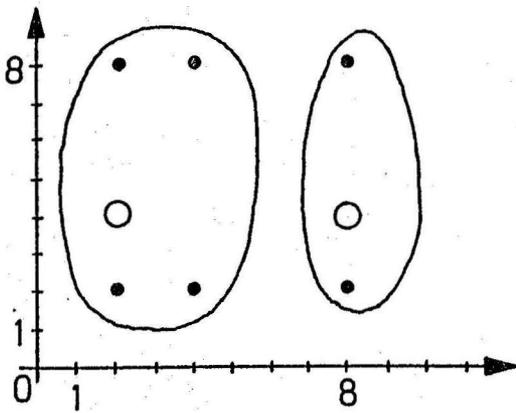


Abb. 13 Gruppenbildung

Die neue Lage der VStn berechnet sich zu (3, 5) und (8, 5):

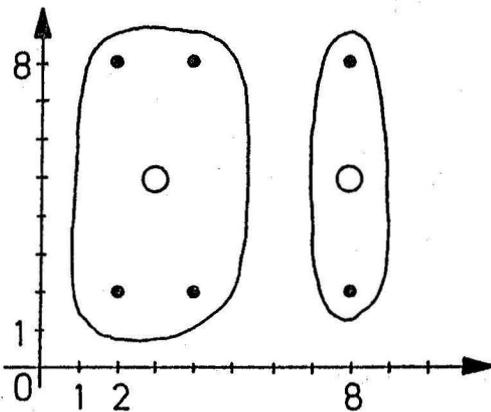


Abb. 14 Die endgültigen AsBe

Die Gruppen ändern sich nicht mehr und damit auch nicht die Lage der VStn.

Die Gesamtlänge der Anschlußnetzkaabel beträgt 22 Längeneinheiten (LE).

## 2. Lösung:

Bei der Anfangslage (2, 8) und (8, 2) ergibt sich folgende Lösung:

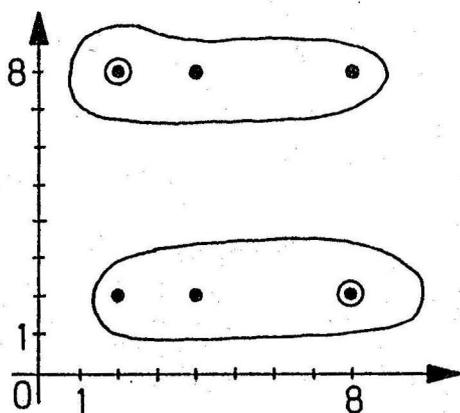


Abb. 15 Anfangslage der VStn und 1. Gruppeneinteilung

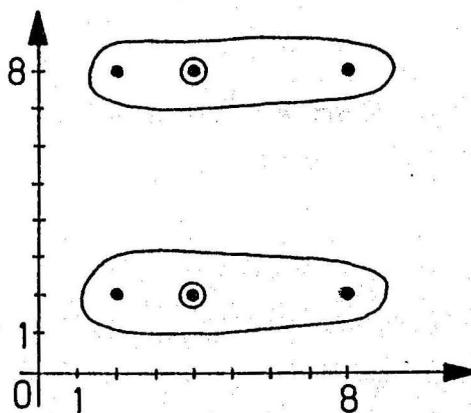
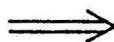


Abb. 16 Die endgültigen As

Diese Endlösung benötigt 12 LEn Anschlußnetzkaabel, also nur etwa 54,5 % der ersten Endlösung.

Die hierarchischen Methoden sind nur für sehr kleine Datenmengen anzuwenden. Sie sind für die Aufgabe 1 mit einer Grundmenge von Elementen, wie sie bei den tatsächlichen Verhältnissen einer Großstadt auftreten, demzufolge nicht mehr durchführbar.

Für diese Aufgabenstellung muß die alloкатive Methode (auch "Verbesserung einer Anfangspartition" genannt) angewendet werden.

Die Hauptaufgabe wird nun darin bestehen, Anfangspartitionen zu finden, die zu einer möglichst guten Endlösung führen. Um die größte Unsicherheit bei dieser Methode zu verringern, soll das Verfahren mehrmals mit möglichst verschiedenen oder auf unterschiedliche Weise gefundenen Anfangsdaten ablaufen.

### 4.8 Die Wahl der Anfangspartition

Die Grundfläche soll in n AsBe eingeteilt werden, dementsprechend sind n Kerne = VStn gesucht.

Insgesamt werden drei verschiedene Anfangslösungen gewählt.

- a) Durch Ausmessen ergibt sich, daß in den Ballungsgebieten von Berlin (West) die durchschnittliche Entfernung von zwei VStn 1,25 km beträgt.

$$800 \text{ m} < 1250 \text{ m} < 1600 \text{ m}$$

Für eine Rastergröße von  $50 \times 50 \text{ m}^2$  ergeben  $2^4 \cdot 2^4$  Rasterfelder ein Quadrat von  $800 \times 800 \text{ m}^2$ ,  $2^5 \cdot 2^5$  Rasterfelder ein Quadrat von  $1600 \times 1600 \text{ m}^2$

Der Algorithmus zur Bestimmung einer Anfangspartition lautet:

Die Grundfläche wird in je  $2^4 \cdot 2^4$  Rasterfelder unterteilt. Im folgenden werden nur vollständige Quadrate berücksichtigt. (Ist die Anzahl  $m$  der Quadrate  $< n$ , so wird die Anzahl der Rasterfelder je Quadrat so lange um eine 2-er-Potenz verringert, bis  $m \geq n$  erfüllt ist).

Alle  $T_n$  innerhalb eines Quadrates werden summiert.

#### 1. Schritt: Festlegung der Quadrate für die VStn

In das Quadrat mit der größten  $T_n$ -Zahl kommt die erste VSt, in das mit der nächstkleineren Zahl kommt die 2. VSt usw. Die vorläufige Lage innerhalb eines Quadrates ist das relative Rasterfeld (1, 1).

Haben mehr Quadrate als noch zu vergebende VStn die gleiche Anzahl an  $T_n$ , so wird die Summe der Entfernungen von jedem relativen Quadratfeld (1, 1) zu allen bereits vorhandenen VStn berechnet.

Das Quadrat mit der größten Summe erhält die VSt.

Bei gleichen Summen wird das lexikographisch kleinste Quadrat gewählt.

(Lexikographische Ordnung der Quadrate:

Die relativen Quadratfelder (1, 1) zweier Quadrate  $Q_1$  und  $Q_2$  seien die Rasterfelder  $(i_1, j_1)$  und  $(i_2, j_2)$  des NetZRasters.

$$Q_1 \leq Q_2 \iff j_1 < j_2 \text{ oder } (j_1 = j_2 \text{ und } i_1 \leq i_2)$$

Insgesamt werden drei verschiedene Anfangslösungen gewählt.

- a) Durch Ausmessen ergibt sich, daß in den Ballungsgebieten von Berlin (West) die durchschnittliche Entfernung von zwei VStn 1,25 km beträgt.

$$800 \text{ m} < 1250 \text{ m} < 1600 \text{ m}$$

Für eine Rastergröße von  $50 \times 50 \text{ m}^2$  ergeben  $2^4 \cdot 2^4$  Rasterfelder ein Quadrat von  $800 \times 800 \text{ m}^2$ ,  $2^5 \cdot 2^5$  Rasterfelder ein Quadrat von  $1600 \times 1600 \text{ m}^2$

Der Algorithmus zur Bestimmung einer Anfangspartition lautet:

Die Grundfläche wird in je  $2^4 \cdot 2^4$  Rasterfelder unterteilt. Im folgenden werden nur vollständige Quadrate berücksichtigt. (Ist die Anzahl  $m$  der Quadrate  $< n$ , so wird die Anzahl der Rasterfelder je Quadrat so lange um eine 2-er-Potenz verringert, bis  $m \geq n$  erfüllt ist).

Alle  $T_n$  innerhalb eines Quadrates werden summiert.

#### 1. Schritt: Festlegung der Quadrate für die VStn

In das Quadrat mit der größten  $T_n$ -Zahl kommt die erste VSt, in das mit der nächstkleineren Zahl kommt die 2. VSt usw. Die vorläufige Lage innerhalb eines Quadrates ist das relative Rasterfeld (1, 1).

Haben mehr Quadrate als noch zu vergebende VStn die gleiche Anzahl an  $T_n$ , so wird die Summe der Entfernungen von jedem relativen Quadratfeld (1, 1) zu allen bereits vorhandenen VStn berechnet.

Das Quadrat mit der größten Summe erhält die VSt.

Bei gleichen Summen wird das lexikographisch kleinste Quadrat gewählt.

(Lexikographische Ordnung der Quadrate:

Die relativen Quadratfelder (1, 1) zweier Quadrate  $Q_1$  und  $Q_2$  seien die Rasterfelder  $(i_1, j_1)$  und  $(i_2, j_2)$  des Netzzusters.

$$Q_1 \leq Q_2 \iff j_1 < j_2 \text{ oder } (j_1 = j_2 \text{ und } i_1 \leq i_2)$$

## 2. Schritt Bestimmung des Rasterfeldes für die VSt in den festgelegten Quadraten

Das Quadrat wird in vier gleiche Teile geteilt. In jedem dieser Viertel werden die  $T_n$  aufsummiert, wobei die VSt in dasjenige mit den meisten  $T_n$  gelegt wird (relativ (1, 1)). Dieses Vorgehen wird so lange wiederholt, bis ein Rasterfeld ausgezeichnet ist.

Sind bei einem Schritt in zwei oder mehr Vierteln gleich viele  $T_n$ , so wird die Summe der Entfernungen von jedem Viertel (relativ (1, 1)) zu allen anderen VSt berechnet. Das Viertel mit der größten Summe wird weiter geteilt. Sind auch die Summen gleich, so entscheidet die lexikographische Ordnung.

- b) Für eine zweite Anfangslösung wird dieser Algorithmus mit Quadraten der Größe  $2^5 \times 2^5$  Rasterfeldern durchgeführt.
- c) Die Anfangspartition soll mit Hilfe einer hierarchischen Methode gefunden werden.

Da die gesamte Datenmenge für hierarchische Verfahren zu groß ist, wird nur eine stichprobenartige Teilmenge betrachtet. Diese wird in  $n$  Gruppen geteilt, wobei die anderen Teilnehmer diesen Gruppen der Entfernung nach zugeordnet werden [8].

Es soll die agglomerative Methode zusammen mit der Schwerpunktstrategie angewendet werden.

Die Grundmenge besteht nur aus einem Teil der Rasterpunkte (z.B. jedem 20. Rasterpunkt in  $i$ - und jedem 20. Rasterpunkt in  $j$ -Richtung).

Die Abstände zwischen zwei benachbarten Punkten ist immer gleich.

Bei der Bildung von Gruppen können stets nur zwei benachbarte Punkte zusammengefaßt werden.

Es genügt dementsprechend, nur die Ähnlichkeit zwischen benachbarten Punkten zu betrachten.

Da alle Punkte die gleiche Entfernung haben, ist es nicht sinnvoll, die Ähnlichkeit am Abstand zu messen. Es wird folgende Ähnlichkeitsfunktion eingeführt:

Seien  $x$  und  $y$  benachbarte Gruppen

$$x = \{(i_1, j_1), \dots, (i_m, j_m)\}$$

$$y = \{(i'_1, j'_1), \dots, (i'_n, j'_n)\}$$

$$X(x, y) = \frac{1}{m+n} \left[ \sum_{k=1}^m t_{i_k j_k} + \sum_{k=1}^n t_{i'_k j'_k} \right]$$

Besteht die Grundmenge aus insgesamt  $n \cdot m$  Elementen, so werden genau  $2m \cdot n - m - n$  Werte berechnet. Für eine Datenmatrix mit  $20 \times 30 = 600$  Daten sind das 1150 Werte. Diese Rechnung ist gut durchführbar.

Die Lage der VSt  $K$  berechnet sich als das arithmetische Mittel aller Rasterfeldkoordinaten der Gruppe  $K$  (eventuell bis zum nächstgelegenen Rasterfeldmittelpunkt verschoben).

Beispiel:

Es werden  $3 \times 3$  Punkte

- $1 = (1, 1)$        $2 = (21, 1)$        $3 = (41, 1)$   
 $4 = (1, 21)$        $5 = (21, 21)$        $6 = (41, 21)$   
 $7 = (1, 41)$        $8 = (21, 41)$        $9 = (41, 41)$

mit  $t_1 = 5, t_2 = 8, t_3 = 3, t_4 = 5, t_5 = 5, t_6 = 4, t_7 = 2, t_8 = 4$  und  $t_9 = 9$  betrachtet:

41	2	4	9
21	5	5	4
1	5	8	3
	1	21	41

Abb. 17 Die Stichprobe

Diese Punkte sollen in 6 Gruppen sortiert werden.

Es ergeben sich  $2 \cdot 3 \cdot 3 - 6 = 12$  Ähnlichkeitsfunktionswerte:

	1	2	3	4	5	6	7	8
2	6.5							
3		5.5						
4	5							
5		6.5		5				
6			3.5		4.5			
7				3.5				
8					4.5		3	
9						6.5		6.5

Die Elemente 1 und 2 haben die größte Ähnlichkeit an erster Stelle und werden deshalb zu einer Gruppe zusammengefaßt.

2	4	9
5	5	4
13 /2		3

Abb. 18 8 Gruppen

Insgesamt existieren noch 8 Gruppen. Die neuen Werte sehen folgendermaßen aus:

	1	3	4	5	6	7	8
3	5.3						
4	6						
5	6		5				
6		3.5		4.5			
7			3.5				
8				4.5		3	
9					6.5		6.5

Den höchsten Wert haben 6 und 9 zuerst.

2	4	13/2
5	5	
13/2		3

Abb. 19 7 Gruppen

Es existieren noch 7 Gruppen, deshalb werden die Ähnlichkeiten neu berechnet:

	1	3	4	5	6	7
3	5.3					
4	6					
5	6		5			
6		5.3		6		
7			3.5			
8				4.5	5.7	3

Die Gruppen (1, 2) und (4) werden zusammengefaßt. Es ergeben sich somit folgende 6 Gruppen:

- (1, 2, 4)
- (3)
- (5)
- (6, 9)
- (7)
- (8)

2	4	13/2
	5	
18/3		3

Abb. 20 6 Gruppen

Der Lagevektor der 6 VStn berechnet sich zu:

$$\bar{i}_1 = \left[ \frac{1}{3}(1 + 21 + 1) \right] = 7 \frac{2}{3} \quad \bar{j}_1 = \left[ \frac{1}{3}(1 + 1 + 21) \right] = 7 \frac{2}{3}$$

$$\bar{i}_2 = 41$$

$$\bar{j}_2 = 1$$

$$\bar{i}_3 = 21$$

$$\bar{j}_3 = 21$$

$$\bar{i}_4 = \left[ \frac{1}{2}(41 + 41) \right] = 41$$

$$\bar{j}_4 = \left[ \frac{1}{2}(21 + 41) \right] = 31$$

$$\bar{i}_5 = 1$$

$$\bar{j}_5 = 41$$

$$\bar{i}_6 = 21$$

$$\bar{j}_6 = 41$$

$$v = \begin{pmatrix} 8, & 8 \\ 41, & 1 \\ 21, & 21 \\ 41, & 31 \\ 1, & 41 \\ 21, & 41 \end{pmatrix}$$

### 5. Analyse der Algorithmen A und C

Sowohl der Algorithmus A als auch der Algorithmus C arbeiten nach der allokativen Methode. Die Ähnlichkeit zweier  $T_n$  ist in [2] (im Algorithmus A) durch den Abstand bestimmt, bei [5] (Algorithmus C) nach einer einzugebenden Kostenfunktion der Anschlußleitungen. Wird diese Kostenfunktion als eine Funktion, die nur von der Kabellänge abhängig ist, festgelegt, so stimmen die Algorithmen A und C überein.

In den Abschnitten 3 und 4 von [4] wurde gezeigt, daß die Kosten der Anschlußleitungen nicht nur von der Länge abhängen. Die Ähnlichkeit zweier  $T_n$  läßt sich demzufolge nicht mehr nur aus dem Abstand berechnen.

Der Algorithmus A bildet somit für dieses Projekt nur einen Ausgangspunkt.

Der Algorithmus C, der allgemeiner formuliert ist, bietet jedoch ebenfalls keine größere Hilfe, da die Kostenfunktion und demzufolge ihre Auswirkung auf den Algorithmus nicht konkret angegeben ist.

Der Algorithmus, der im Rahmen dieses Projekts Anwendung finden soll, wird im Abschn. 6 vorgestellt.

## 6. Ein neues Verfahren

In [4] wurden die Kosten für das Anschlußnetz analysiert und im Abschn. 5.5 ein Verfahren zur Bestimmung des Anschlußnetzes, das auf dieser Kostenfunktion basiert, entwickelt. Es wird an dieser Stelle - mit geringen Erweiterungen - noch einmal vorgestellt.

### Algorithmus 1\*

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe des Tn-Profiles

Schritt 2: Für alle  $n \in \mathbb{N}_{M \cdot N} = \{1, \dots, M \cdot N\}$  wähle eine Anfangslage <sup>1)</sup> der n VStn und führe Algorithmus 2 aus

Schritt 3: Für alle  $n \in \mathbb{N}_{M \cdot N}$  berechne die Kosten  $G_n(v, B)$

$$K^* = \min_{n \in \mathbb{N}_{M \cdot N}} G_n(v, B)$$

Schritt 4: Stop

Schließt man Lösungen mit extrem hohen Kosten von vornherein aus, so verkürzt sich das Verfahren zum Algorithmus 1:

---

1) Da die Verfahren aus Kap. 4.8 noch auf ihre Leistungsfähigkeit untersucht werden müssen, wird hier kein spezieller Algorithmus vorgeschrieben.

### Algorithmus 1

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe des Tn-Profils, der minimalen Anzahl Min und der maximalen Anzahl Max der VStn

Schritt 2: Für alle  $n \in \{\text{Min}, \dots, \text{Max}\} \subset \mathbb{N}$  wähle eine Anfangslage  $v$  der  $n$  VStn und führe Algorithmus 2 aus

Schritt 3: Für alle  $n \in \{\text{Min}, \dots, \text{Max}\}$  berechne die Kosten  $G_n(v, B)$   
$$K^* = \min_{n \in \{\text{Min}, \dots, \text{Max}\}} G_n(v, B)$$

Schritt 4: Stop

### Algorithmus 2

Ein Flußdiagramm von Algorithmus 2 zeigt die Abb. 21, S. 32.

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe des Tn-Profils, der Anzahl  $n$  der VStn und deren Anfangslage  $v$

Schritt 2: Bestimme die der Entfernung nach günstigsten AsBe B (Algorithmus 3)

Schritt 3: Bestimme die den Kosten nach günstigsten AsBe B (Algorithmus 4)

Schritt 4: Bestimme die der Entfernung nach günstigste Lage  $v$  der VStn (Algorithmus 5)

Schritt 5: Bestimme die den Kosten nach günstigste Lage  $v$  der VStn (Algorithmus 6)

Schritt 6: Hat sich die Lage  $v$  der VStn um mehr als eine vorgegebene Grenze geändert?

ja: Gehe zu Schritt 2

nein: Gehe zu Schritt 7

Schritt 7: Stop

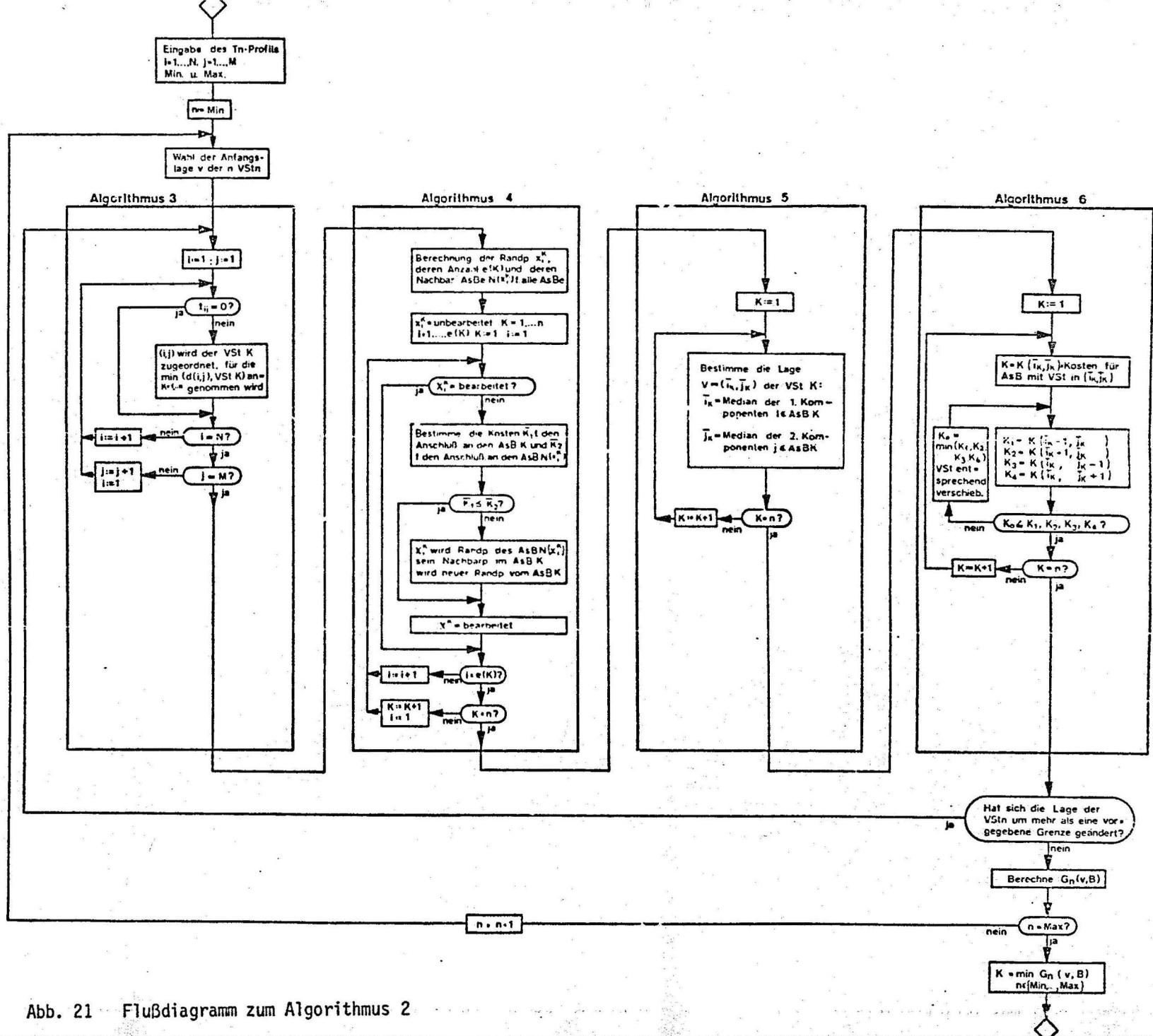


Abb. 21 Flußdiagramm zum Algorithmus 2

### Algorithmus 3

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe des Tn-Profils  $T = (t_{ij})$  und der Lage  $v$  der  $n$  VStn

Schritt 2: Für alle  $(i, j) \in \mathbb{N}_{M \times N}^2$ , für die  $t_{ij} \neq 0$  gilt, führe Schritt 3 und 4 aus

Schritt 3:  $\min_{K \in \mathbb{N}_n} d((i, j), VS + K) = \min_{K \in \mathbb{N}_n} (|i - \bar{i}_K| + |j - \bar{j}_K|)$

Schritt 4:  $(i, j)$  wird der VSt zugeordnet, für die das Minimum in Schritt 3 (zuerst) angenommen wird

Schritt 5: Stop

### Algorithmus 4

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe des Tn-Profils, der AsBe  $K = 1, \dots, n$  und der Randpunkte  $x_i^K$  ( $K = 1, \dots, n$ ;  $i = 1, \dots, e(k)$ ,  $e(K) = \text{Anzahl der Randpunkte des AsBs } K$ ) mit Nachbar - AsB  $N(x_i^K)$

Schritt 2: Für alle Randpunkte  $x_i^K$  führe Schritt 3 und 4 aus.

Schritt 3: Für den Randpunkt  $x_i$  des AsB  $K$  bestimme die Kosten

a)  $\bar{K}_1$  für den Anschluß an den AsB  $K$

b)  $\bar{K}_2$  für den Anschluß an den Nachbar-As  $B N(x_i^K)$

Schritt 4: Ist  $\bar{K}_1 > \bar{K}_2$ , so werden die Kosten  $\bar{K}_3$  für den Anschluß des Nachbarpunktes an den eigenen AsB  $N(x_i^K)$  berechnet.

Für  $\bar{K}_3 < \bar{K}_1$ , werden  $x_i$  und sein Nachbarpunkt des AsBs  $N(x_i^K)$  dem AsB  $N(x_i^K)$  zugeordnet, der Nachbarpunkt  $x_j$  im AsB  $k$  wird neuer Randpunkt des AsB  $K$ .

Schritt 5: Stop

### Algorithmus 5

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe der AsBe  $B = (B_1, \dots, B_n)$

Schritt 2: Für alle AsBe  $K = 1, \dots, n$  führe Schritt 3 und 4 aus

Schritt 3:  $\bar{i}_K$ : = Median der 1. Komponenten  $i \in \text{AsB } K$

Schritt 4:  $\bar{j}_K$ : = Median der 2. Komponenten  $j \in \text{AsB } K$

Schritt 5: Stop

### Algorithmus 6

Schritt 0: Start

Schritt 1: Eingabe der AsBe  $B = (B_1, \dots, B_n)$  und der Lage  $v = (v_K)_{K=1}^n V_K(\bar{i}_K, \bar{j}_K)$  der VStn

Schritt 2: Für alle AsBe  $K = 1, \dots, n$  führe die Schritte 3 bis 5 aus

Schritt 3:  $K_0$  = Kosten des Anschlußnetzes mit der VSt in  $(\bar{i}_K, \bar{j}_K) = K(\bar{i}_K, \bar{j}_K)$

Schritt 4:  $K_1 = K(\bar{i}_K - 1, \bar{j}_K)$

$K_2 = K(\bar{i}_K + 1, \bar{j}_K)$

$K_3 = K(\bar{i}_K, \bar{j}_K - 1)$

$K_4 = K(\bar{i}_K, \bar{j}_K + 1)$

Schritt 5: Ist  $K_0$  größer als  $K_1, K_2, K_3$  oder  $K_4$  ?

ja:  $K_0 = \min(K_1, K_2, K_3, K_4)$  VSt entsprechend verschieben

Gehe zu Schritt 4

nein: Falls noch nicht alle VStn bearbeitet sind, gehe zu Schritt 3 für die nächste VSt, sonst gehe zu Schritt 6

Schritt 6: Stop

## 7. Die erweiterte Aufgabe

In der Praxis sind neben der Aufgabe 1 noch andere Fragestellungen von Bedeutung :

- a) Bereits vorhandene VStn sollen in das Anschlußnetz einbezogen werden
- b) Einige AsBe haben festgelegte Grenzen (z.B. politische Grenzen)
- c) Die Topographie des Gebietes (z.B. Flüsse) soll für das Anschlußnetz berücksichtigt werden.

Die Lösungen dieser Aufgaben sind in den Abschnitten 2.3 und 5 des Zwischenberichtes zum Projekt DV 4908 Fkz 0810517 vom April 1978 [4] beschrieben.

## 8. Verzeichnis der Bezeichnungen

Bezeichnung	definiert in Abschn.	Bezeichnung	definiert in Abschn.
a	2.1	$K_2$	6
$\bar{A}(x_1, x_2)$	4.2	$\bar{K}_2$	6
$\bar{a}(x_1, x_2)$	4.2	$K_3$	6
$B=(B_1, \dots, B_n)$	2.1	$K_4$	6
$d(x_1, x_2)$	2.1	$N(x_i^K)$	6
E	4.2	$N_{M \cdot N}$	6
$e(K)$	6	$N_{M \times N}^2$	2.1
f	4.2	$T = (t_{ij})$	2.1
$G_n(v, B)$	6	$\bar{T}$	2.1
H	4.2	$t_{ij} = t_x$	2.1, 5
$H_n$	4,6	$v=(v_K)_{K=1}^n$	2.1
$K=K(\bar{I}, \bar{J})$	6	$v_K=(\bar{i}_K, \bar{j}_K)$	2.1
$K^*$	6	$x_i^K$	6
$K(n)$	2.1	$Z(x)$	4.5
$K(n, m, l)$	2.1	$\mathcal{L}$	4.2
$K_b$	2.1	$\bar{\mathcal{L}}$	4.2
$K_m$	2.1	$\mathcal{L}_b$	2.1
$K_1$	6	$\mathcal{L}_m$	2.1
$\bar{K}_1$	6		

## 9. Verzeichnis der Abkürzungen

Abb.	Abbildung
Abschn.	Abschnitt
Ä-Niveau	Ähnlichkeitsniveau
Ä-Wert	Ähnlichkeitswert
As B	Anschlußbereich
C A	Cluster-Analyse
Homgrad	Homogenitätsgrad
L E	Längeneinheit
Tn	Teilnehmer
Tn-Profil	Teilnehmerprofil
VSt	Vermittlungsstelle
Gruppen-VSt	Gruppenvermittlungsstelle
Hauptgruppen-VSt	Hauptgruppenvermittlungsstelle

## 10. Literaturverzeichnis

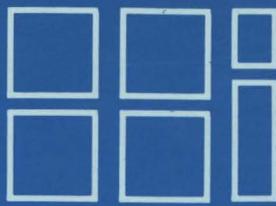
- /1/ Bock, H.H.  
Automatische Klassifikation  
Vandenhoeck & Rupprecht, Göttingen 1974
- /2/ Bretschneider, G. - Goldbrunner, E.  
Ein Beitrag zur Bestimmung der wirtschaftlich  
optimalen Lage von Ortsvermittlungsstellen mit  
Hilfe von Datenverarbeitungsanlagen  
NTZ 19(1966), S. 455-459
- /3/ Eden, B.N.  
Ansätze zur Erstellung eines Verbindungsnetzes im  
Rahmen eines Verfahrens zur möglichst optimalen  
Entwicklungsplanung von großen Fernsprechnetzen, Anlage 4 zum  
Zwischenbericht 2 DV 4908 FKz. 081 5617, Heinrich-Hertz-Institut Berlin 78
- /4/ Kreuzer, R.  
Einige Betrachtungen zum mathematischen Modell und zur  
Kostentoptimierung des Anschlußnetzes in Nachrichten-  
systemen mit zentraler Vermittlung, Anlage 2 zum Zwischenbericht 2  
DV 4908 FKz. 081 5617, Heinrich-Hertz-Institut Berlin 78
- /5/ Rapp, Y.  
Planung von Fernsprechnetzen mit mehreren Ämtern mittels  
der Datenverarbeitungsmaschine  
Ericsson Review 39(1962), S. 44-50 und S. 102-104
- /6/ Schlosser, O.  
Einführung in die sozialwissenschaftliche Zusammenhangsanalyse  
Rowohlt Taschenbuch Verlag GmbH, Reinbek bei Hamburg 1976
- /7/ Späth, H.  
Cluster - Analyse - Algorithmen  
zur Objektklassifizierung und Datenreduktion  
R. Oldenbourg Verlag, München, Wien 1977

/8/ Steinhausen, D. - Langer, K.

Clusteranalyse

Einführung in die Methoden und Verfahren der automatischen  
Klassifikation

Walter de Gruyter, Berlin, New York 1977



**Heinrich-Hertz-Institut  
für Nachrichtentechnik  
Berlin GmbH**

